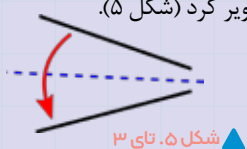


کاردستی کاغذی

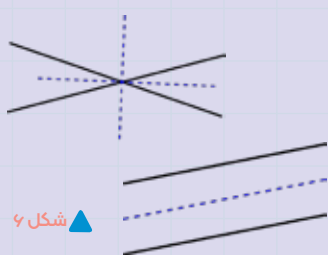
علیرضا محمد صالحی

همانطور که دیدیم، این خطها بر خط ما عمود هستند (که البته این کشف مهمی است!). ولی این خطها هم بی شمار هستند و باز هم خط مشخصی پیدا نکرده‌ایم! بهتر است ناامید نشوید، چون خیلی به کشف‌های مهم‌تر نزدیک شده‌ایم.

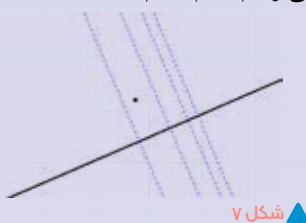
با یک خط هم کاری به پیش نبردیم، پس این بار دو خط روی صفحه در نظر بگیریم (مثلاً ضلع‌های کاغذ یا هر خط دیگری در صفحه). سخت نیست که ببینیم این دو خط را می‌توان با یک تا روی یکدیگر تصویر کرد (شکل ۵).



در هندسه به این خط تای ایجاد شده چه می‌گوییم؟ آیا حالت قرار گرفتن دو خط نسبت به هم، تأثیری در تای به دست آمده دارد؟ (شکل ۶)



این بار بیایید از یک نقطه و یک خط استفاده کنیم (شکل ۷). چه کارهایی می‌توانیم انجام دهیم؟



حال که با نقطه تنها کاری از دستمان بر نمی‌آید، بیایید یک نقطه دیگر به آن اضافه کنیم. اگر دو نقطه روی صفحه داشته باشیم (که داریم؛ مثلاً گوشه‌های کاغذ)، اولین خط تایی که به ذهنتان می‌رسد چیست؟

درست حدس زدید! از دو نقطه یک خط تا می‌گذرد. (شکل ۲)



شاید هم حدس اول شما این یکی بوده باشد (شکل ۳):



یعنی با تازدن، یک نقطه را روی نقطه دیگر بگذاریم.

آیا کار دیگری هست که فقط با دو نقطه انجام دهیم؟ کارهایی که در بالا انجام دادیم شما را به یاد چه چیزهایی در هندسه می‌اندازند؟

حالا بیایید برویم سراغ خط. با یک خط چه تایی می‌توانیم ایجاد کنیم؟ بله می‌شود خود خط را تا زد که در این صورت چیز جدیدی به دست نخواهیم آورد. اما اگر خط را با تازدن روی خودش بیندازیم چه؟ چندتا از این تاها می‌شود ایجاد کرد؟ (شکل ۴)



قبلاً گفتیم که تمام روش‌های تازدن کاغذ بر اساس دو نوع تای «دره‌ای» و «قله‌ای» است. اما جدا از دره‌ای یا قله‌ای بودن تا، یک برگه کاغذی را به چند روش می‌توان تا کرد؟ اگر هیچ ابزاری به جز خود کاغذ و تا نداشته باشیم، چه نوع خط‌های تایی می‌توانیم ایجاد کنیم؟

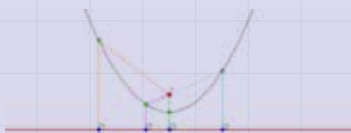
هر وقت تا می‌زنیم، در واقع داریم یک طرف صفحه را روی طرف دیگر قرار می‌دهیم، انگار که همه چیز را از یک طرف خط تا به طرف دیگر آن منتقل کرده‌ایم. بنابراین هر خط تا مثل یک خط تقارن عمل می‌کند و ما برای کشف اتفاقات هندسی و ریاضیاتی در «کاغذوتا» باید این خطوط تقارن را بشناسیم. مواد لازم ما مثل همیشه (؟) خط و نقطه خواهند بود.

فرض کنید یک تکه کاغذ داریم (ترجیح دارد مربعی باشد). البته بهتر است به جای اینکه فقط فرض کنید، چند برگه بردارید و کمی آزمایش انجام دهید.

مواد لازم: صفحه (ترجیحاً کاغذی و مربعی)، خط، نقطه

با داشتن فقط یک نقطه چه تاهایی می‌توان ایجاد کرد؟ آهان! می‌توانیم طوری تا بزنیم که از نقطه بگذرد (انگار که نقطه را با تقارن روی خودش قرار داده‌ایم، چون خط تقارن از خود آن می‌گذرد). ولی چندتا از این خطها وجود دارد؟ یکی؟ دوتا؟ ... بیشتر از آن هستند که بشود آن‌ها را شمرد. پس فعلاً هیچ خط مشخصی ایجاد نکرده‌ایم!





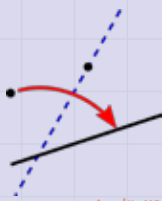
شکل ۱۳ ▲

همان‌طور که در تصویر پیداست، پاره‌خط‌های هم‌رنگ با هم برابرند. یعنی نقطه‌های سبزرنگ روی سهمی هرچقدر با نقطه قرمز (A) فاصله دارند، همان قدر هم با خط قرمز فاصله دارند. در این حالت به اصطلاح می‌گوییم که این سهمی توسط نقطه و خط قرمز ما تولید شده است. (همه این‌ها به تاهای ما چه ربطی داشت؟)

حالا کاملاً آماده‌ایم که سراغ تایی بعدی برویم. اگر یادتان باشد، داشتیم یک نقطه را روی یک خط تا می‌زدیم (یا برعکس، فرقی ندارد). اما دیدیم که به خط‌های بسیار زیادی رسیدیم. (و در راهمان یک منحنی جدید کشف کردیم). وقت آن است که کارمان را دقیق به پایان برسانیم و یک خط تایی مشخص معرفی کنیم. برای این کار کافی است که یک نقطه دیگر با شرایط زیر اضافه کنیم:

تای ۵:

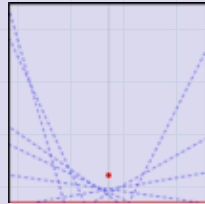
اگر یک خط و دو نقطه داشته باشیم، می‌توانیم طوری تا بزنیم که خط تا از یک نقطه بگذرد و نقطه دیگر را روی خط تصویر کند.



شکل ۱۴. تای ۵ ▲

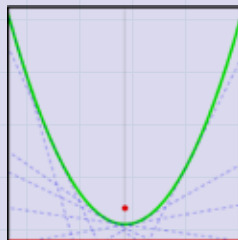
با توجه به آنچه در بالا گفتیم، این کار در چه شرایطی امکان‌پذیر است؟ فرض کنید اسم نقطه‌ای که قرار است روی خط بیفتد A و نقطه‌ای که تا از آن می‌گذرد B باشد. در این صورت باید فاصله B با A بیشتر از فاصله B با خط باشد. چرا؟ (امتحان کنید!) اگر اسم تصویر A را A' بگذاریم، دقت کنید که قرار است A' روی خط بیفتد. چون قرار است تا (که خط تقارن است) از B بگذرد، پس AB با

حال سعی کنید خط قرمز (ضلع AB) را روی نقطه قرمز قرار دهید و تایی ایجاد شده را محکم کنید. حداقل ۶ بار چنین تاهایی از چپ و راست بزنید.



شکل ۱۱. خط‌های آبی تصادفی از تاهای ایجاد شده هستند. ▲

شما هم با چند بار تازدن به خط‌هایی شبیه شکل ۱۱ می‌رسید. آیا شکلی را که داخل خط‌های آبی به وجود آمده است، می‌شناسید؟ اگر بی‌نهایت از این خط‌ها را تا بزنیم به یک منحنی مانند شکل ۱۲ می‌رسیم.



شکل ۱۲. منحنی سبز، یک سهمی است. ▲

به این منحنی سهمی می‌گوییم. اگر تا ابد هم به همین روش به تا زدن ادامه دهیم (یعنی نقطه و خط قرمز را روی هم بگذاریم)، هیچ‌گاه تاهای ما وارد سهمی نخواهند شد! چه چیزی باعث این ویژگی می‌شود؟ اصلاً این سهمی چیست؟ به بیان دیگر، چه خاصیتی این شکل را پدید می‌آورد؟ بگذارید منظورم را با یک مثال روشن‌تر کنم. همه ما می‌دانیم دایره چیست: همه نقطه‌هایی که از یک نقطه (مرکز) فاصله‌ای برابر دارند. این یک توصیف برای دایره است. سهمی را می‌شود با داشتن یک نقطه و یک خط رسم کرد و آن را این‌گونه توصیف می‌کنیم:

همه نقطه‌هایی که فاصله آن‌ها از یک نقطه و یک خط مشخص برابر است.

در شکل ۱۳ این تعریف را بهتر متوجه می‌شوید:

قبل از هر چیز بد نیست سراغ کار ناتمام خود در شکل ۴ برویم. با یک خط توانستیم خط‌های زیادی عمود بر آن رسم کنیم. حال برای به‌دست آوردن یک خط تایی مشخص می‌توانیم از ترکیب آن خط‌های عمود با نقطه‌ای که داریم استفاده کنیم. حتماً یادتان هست که از یک نقطه فقط یک عمود بر یک خط می‌توان رسم کرد. پس اگر خط را روی خودش تا بزنیم (یعنی تا بر خط عمود باشد) و آن خط تا از نقطه مورد نظر ما بگذرد به چنین تایی می‌رسیم:



شکل ۸. تای ۴ ▲

تا اینجا ۴ نوع خط تایی کاملاً مشخص ساختیم. با ترکیب یک نقطه و یک خط چه تایی دیگری قابل انجام است؟

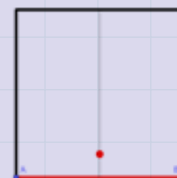
این بار به جای اینکه خط را روی خودش قرار دهیم، بیایید نقطه را روی خط قرار دهیم. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟



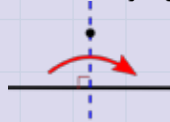
شکل ۹. نقطه‌های قرمز تصویر نقطه‌های متشکی روی خط هستند. ▲

برای اینکه دقیق‌تر آزمایش کنیم، بیایید خط و نقطه مورد نظر خود را مشخص کنیم: خط پایین صفحه (ضلع پایین برگه) و نقطه‌ای روی خط تقارن عمودی صفحه کمی بالاتر از ضلع پایینی (مانند شکل ۱۰).

شکل ۱۰ ▼



۴. از یک نقطه می‌توان یک خط تا بر یک خط عمود کرد.



۵. اگر دو نقطه و یک خط داشته باشیم، می‌توان طوری تا زد که خط تا از یک نقطه بگذرد و نقطه دیگر را روی خط بیندازد. (البته با شرایطی که دیدیم.)



۶. اگر دو نقطه و دو خط داشته باشیم، می‌توان صفحه را طوری تا زد که یکی از نقطه‌ها روی یکی از خط‌ها و نقطه دیگر روی خط دیگر قرار بگیرد.



اگر فکر می‌کنید تای ۶ (اصل ۶) کمی پیچیده به نظر می‌رسد حق با شماست! بهترین راه درک آن، این است که کاغذ را بردارید و امتحان کنید. در آینده با این تا زیاد سر و کار خواهیم داشت و شرایط آن را بررسی خواهیم کرد.

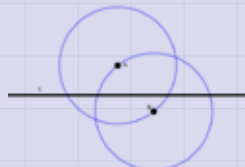
آخرین اصل:



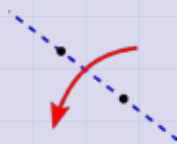
۷. اگر دو خط و یک نقطه داشته باشیم، می‌توان طوری تا زد که خط تا بر یکی از خط‌ها عمود باشد و نقطه را روی دیگری بیندازد.

آیا می‌توانید بگویید تای ۷ چه زمانی قابل انجام است؟

در آینده، اصول ۶ و ۷ را بررسی خواهیم کرد. سپس با استفاده از تاهای معرفی شده، مسئله‌های متفاوتی را در ریاضی و هندسه حل می‌کنیم.



تا اینجا ۵ نوع تای اصلی را معرفی کرده‌ایم که جزو اصول اورینگامی حساب می‌شوند. در ادامه، هفت تای اصلی اورینگامی نشان داده شده‌اند. هر کاری که با تا زدن خط صاف روی کاغذ قابل انجام باشد، ترکیبی از همین اصول است!
۱. از دو نقطه یک خط تا می‌گذرد.



۲. دو نقطه را می‌توان با یک خط تا روی هم قرار داد.

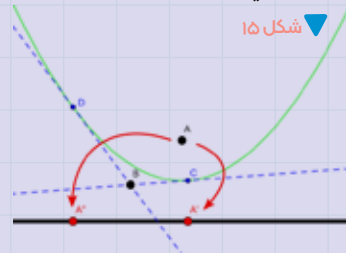


۳. دو خط را می‌توان با یک خط تا روی هم قرار داد.

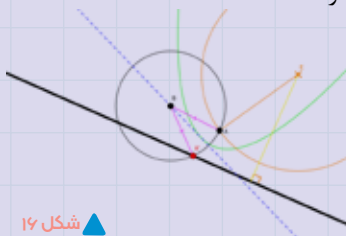


$A'B$ برابر است. بنابراین اگر فاصله B با A کمتر از فاصله B با خط باشد، تصویر A روی خط وجود نخواهد داشت! به شکل ۱۵ نگاه کنید.

شکل ۱۵



آیا همیشه دو خط تا با این خاصیت وجود دارد؟



شکل ۱۶

این یعنی باید B بیرون از سهمی تولیدشده توسط نقطه A و خط باشد. (چرا؟) مثلاً در شکل ۱۶، نقطه E (درون سهمی) فاصله‌اش با خط مشکلی زیادتر از EA است، پس هیچ‌گاه نمی‌توان خطی روی آن تا کرد که نقطه A را روی خط مشکلی بیندازد.

بهترین راه برای فهمیدن موضوع این است که کاغذی را که در دست دارید تا بزنید و تای مورد نظر را برای نقاط درون و بیرون سهمی امتحان کنید. در واقع هر تایی شبیه تای ۵، سهمی را فقط در یک نقطه قطع می‌کند (یا با آن تماس دارد) و به همین دلیل به آن «خط مماس» می‌گویند.

حالا خودتان را امتحان کنید!

در تصویرهای زیر، دو نقطه و یک خط داده شده‌اند و شعاع دایره‌ها با هم برابرند. در هر تصویر چطور می‌توان تای ۵ را انجام داد؟ یعنی خط تا را از کدام نقطه بگذرانیم تا نقطه دیگر روی خط L بیفتد؟ در هر حالت، چندتا از این تاها وجود دارد؟

شکل ۱۷

